

Les calculs de dérivées :

Les calculs de dérivées effectués dans les chapitres précédents nous permettent de dresser le tableau suivant

Rappel

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

$$\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$$

$$\int [kf(x)]dx = k \int f(x)dx$$

| Ensemble de définition | Fonction $f(x)$ | Primitive $F(x) + C$ (C : constante) |
|------------------------|-------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| \mathbb{R} | 0 | C |
| \mathbb{R} | a (cste) | $ax + C$ |
| \mathbb{R} | x^n ($n \in \mathbb{N}^*$) | $\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ |
| \mathbb{R}^* | x^n ($n \in \mathbb{Z} - \{-1\}$) | $\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ |
| \mathbb{R}^* | $\frac{1}{x}$ | $\ln x + C$ |
| \mathbb{R}_+^* | x^α ($\alpha \in \mathbb{R} - \{-1\}$) | $\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$ |
| \mathbb{R} | e^x | $e^x + C$ |
| \mathbb{R} | a^x ($a \in \mathbb{R}_+^* - \{1\}$) | $\frac{1}{\ln a} a^x + C$ |

| Ensemble de définition | Fonction $f(x)$ | Primitive $F(x) + C$ (C : constante) |
|---------------------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|
| \mathbb{R} | $\sin x$ | $-\cos x + C$ |
| \mathbb{R} | $\sin(\omega x + \varphi)$ | $-\frac{1}{\omega} \cos(\omega x + \varphi) + C$ |
| \mathbb{R} | $\cos x$ | $\sin x + C$ |
| \mathbb{R} | $\cos(\omega x + \varphi)$ | $\frac{1}{\omega} \sin(\omega x + \varphi) + C$ |
| $\mathbb{R} - \{k\pi ; k \in \mathbb{Z}\}$ | $\frac{1}{\sin x}$ | $\ln \left \tan \frac{x}{2} \right + C$ |
| $\mathbb{R} - \{(2k+1)\pi/2 ; k \in \mathbb{Z}\}$ | $\frac{1}{\cos x}$ | $\ln \left \tan \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right + C$ |
| $\mathbb{R} - \{k\pi ; k \in \mathbb{Z}\}$ | $\frac{1}{\sin^2 x} = 1 + \cotan^2 x$ | $-\cotan x + C$ |
| $\mathbb{R} - \{(2k+1)\pi/2 ; k \in \mathbb{Z}\}$ | $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$ | $\tan x + C$ |
| $\mathbb{R} - \{(2k+1)\pi/2 ; k \in \mathbb{Z}\}$ | $\tan x$ | $-\ln \cos x + C$ |
| $\mathbb{R} - \{k\pi ; k \in \mathbb{Z}\}$ | $\cotan x$ | $\ln \sin x + C$ |
| $\mathbb{R} - \{(2k+1)\pi/2 ; k \in \mathbb{Z}\}$ | $\tan^2 x$ | $\tan x - x + C$ |
| $\mathbb{R} - \{k\pi ; k \in \mathbb{Z}\}$ | $\cotan^2 x$ | $-\cotan x - x + C$ |
| $] - 1 ; 1[$ | $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ | $\arcsin x + C$ |
| $] - 1 ; 1[$ | $\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$ | $\arccos x + C$ |
| \mathbb{R} | $\frac{1}{1+x^2}$ | $\arctan x + C$ |
| \mathbb{R} | $\frac{-1}{1+x^2}$ | $\operatorname{arccotan} x + C$ |

| Ensemble de définition | Fonction $f(x)$ | Primitive $F(x) + C$ (C : constante) |
|----------------------------------------|-------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| \mathbb{R} | $\text{sh}x$ | $\text{ch}x + C$ |
| \mathbb{R} | $\text{ch}x$ | $\text{sh}x + C$ |
| \mathbb{R}^* | $\frac{1}{\text{sh}x}$ | $\ln \left \text{th} \frac{x}{2} \right + C$ |
| \mathbb{R} | $\frac{1}{\text{ch}x}$ | $2 \arctan e^x + C$ |
| \mathbb{R}^* | $\frac{1}{\text{sh}^2 x} = \text{coth}^2 x - 1$ | $-\text{coth}x + C$ |
| \mathbb{R} | $\frac{1}{\text{ch}^2 x} = 1 - \text{th}^2 x$ | $\text{th}x + C$ |
| \mathbb{R} | $\text{th}x$ | $\ln(\text{ch}x) + C$ |
| \mathbb{R}^* | $\text{coth}x$ | $\ln \text{sh}x + C$ |
| \mathbb{R} | $\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$ | $\begin{cases} \text{argsh}x + C \\ \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + C \end{cases}$ |
| $]1 ; +\infty[$ | $\frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$ | $\begin{cases} \text{argch}x + C \\ \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}) + C \end{cases}$ |
| $] - \infty ; -1[$ | $\frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$ | $\ln x + \sqrt{x^2 - 1} + C$ |
| $] - 1 ; 1[$ | $\frac{1}{1 - x^2}$ | $\begin{cases} \text{arth}x + C \\ \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} + C \end{cases}$ |
| $] - \infty ; -1[\cup] 1 ; +\infty[$ | $\frac{1}{1 - x^2}$ | $\frac{1}{2} \ln \left \frac{1+x}{1-x} \right + C$ |